

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE – PURO
INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
Reposição da 1ª Cálculo III

Questão 1 (3 pontos): Determine o limite ou mostre que não existe

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{6x^3y}{2x^4 + y^4};$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^6}{x^6 + y^2}$

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \operatorname{sen}^2 y}{x^2 + y^2}.$

Questão 2 (3 pontos): Determine o domínio e discuta a continuidade e a diferenciabilidade da função

$$g(x, y) = \ln(x^2 + y^2).$$

Questão 3 (3 pontos): Considere $f(x, y) = 4x \cos(xy)$ e faça o que se pede:

- Encontre a derivada direcional de f no ponto $(2, \pi)$ com relação ao vetor $u = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$;
- Qual é a maior taxa de variação da função f no ponto $(2, \pi)$? Em que direção e sentido esta ocorre?

Questão 4 (1 ponto): Seja $u(x, y) = f(x - ay) + g(x + ay)$, onde a é uma constante real e f e g são funções quaisquer de uma variável real, deriváveis até segunda ordem. Verifique

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$