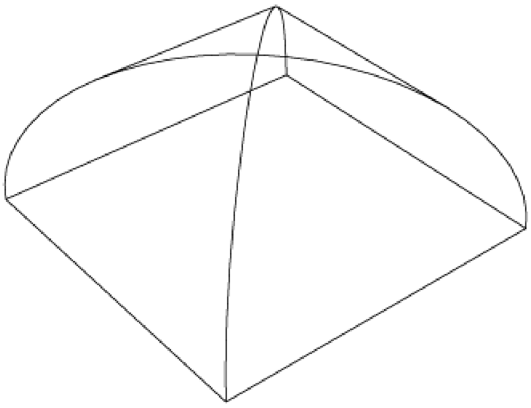
UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE – UFF
INSTITUTO DE HUMANIDADES E SAÚDE – RHS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA – RCN
CAMPUS DE RIO DAS OSTRAS – CURO
Professor Reginaldo Demarque

Avaliação Preliminar com Consulta da 1ª Prova de Cálculo II
02/06/2023 – 2023-1
Turma C1

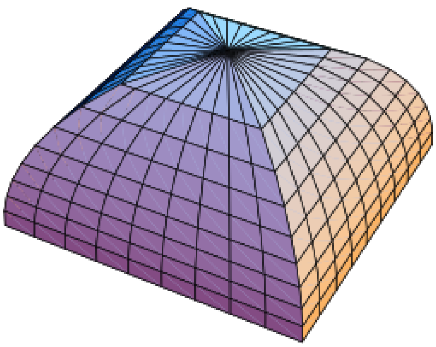
Gabarito

---

1. Um fabricante de barracas de camping informou na etiqueta de um de seus produtos que o volume interno era de 5.92 m^3. A barraca tem um forma de cúpula circular com base quadrada, isto é, ela vem com duas hastes, cruzadas em um ponto formando dois semicírculos que atravessam o corpo da tenda, como na figura abaixo. Sabendo que o lado da base é 2 metros, você, na qualidade de inspetor do INMETRO, foi designado para avaliar se esta medida está correta. Calcule o volume real e dê a porcentagem do erro ao se aproximar o volume por uma semi-esfera.

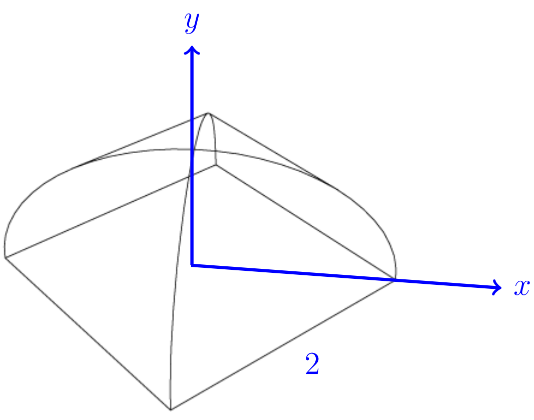


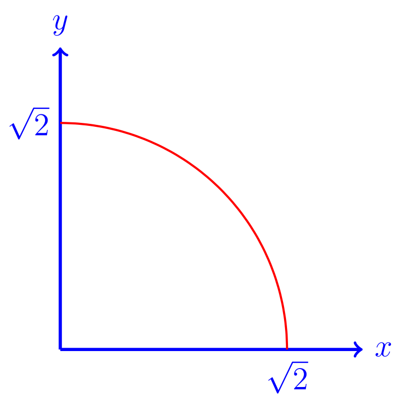
Solução: Vamos usar o método do fatiamento para calcular o volume.



Note que as seções transversais ao eixo que passa pelo centro da barraca são quadrados, como na figura ao lado. Portanto, vamos calcular o volume integrando as áreas desses quadrados.

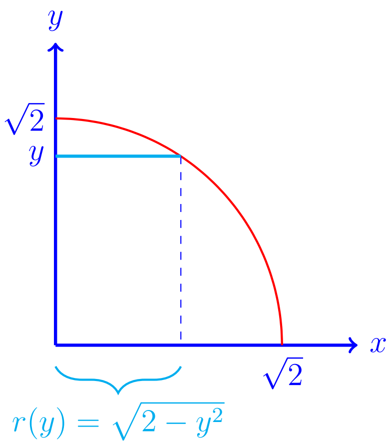
Para isso, vamos considerar um eixo y passando pelo centro do quadrado da base e o topo da barraca e um eixo x passando pelo centro do quadrado da base o um de seus vértices.



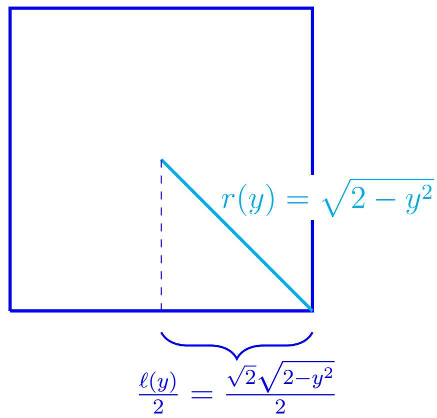


Como o lado do quadrado da base é 2, e o eixo x passa pela diagonal do quadrado, temos que o raio do círculo é $\sqrt{2}$.

Assim, a seção transversal na altura y será um quadrado cuja metade da diagonal é $\sqrt{2-y^2}$ e portanto, terá lado $\sqrt{2}\sqrt{2-y^2}$, como pode ser visto na figura abaixo.



Seção transversal na altura y



Com isso, temos que o volume é dado por:

$$V = \int_0^{\sqrt{2}} \ell^2(y)\, dy = \int_0^{\sqrt{2}} 4 - 2y^2\, dy = \frac{8\sqrt{2}}{3} \approx 3.77\,\mathrm{m}^3.$$

Portanto, podemos ver claramente que a informação dada pelo fabricante não está de acordo com o volume real da barraca. Além disso, podemos ver que a porcentagem de erro é dada por:

$$\frac{5.92 - \frac{8\sqrt{2}}{3}}{\frac{8\sqrt{2}}{3}} \approx 0.570726322901056,$$

isto é, um erro de aproximadamente 57.1%.