



UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE – UFF  
INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA – RIC  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA – RFM  
CAMPUS DE RIO DAS OSTRAS – PURO

3ª prova de Cálculo 2 – Turma C1 – 1/2013  
05/08/2013

Questão:	1	2	3	4	Total
Pontos:	2	2	3	1	8
Notas:					

Nome: \_\_\_\_\_

**Observações:** A interpretação das questões faz parte dos critérios de avaliação desta prova. Responda cada questão de maneira clara e organizada. Resultados apresentados sem justificativas do raciocínio não serão considerados. Qualquer aluno pego consultando alguma fonte ou colega terá, imediatamente, atribuído grau zero na prova. O mesmo ocorrerá com o aluno que facilitar a consulta do colega. Casos mais graves, envolvendo algum tipo de fraude, deverão ser punidos de forma bem mais rigorosa.

1. [2 pontos] Encontre a solução geral da EDO

$$\left(\frac{4x^3}{y^2} + \frac{3}{y}\right) dx + \left(\frac{3x}{y^2} + 4y\right) dy = 0$$

2. [2 pontos] Encontre a solução geral da EDO

$$x dy - (y + xy^3(1 + \ln x)) dx = 0$$

3. [3 pontos] Encontre a solução geral da EDO.

$$y'' - 2y' + y = \operatorname{sen} x + \frac{e^x}{x}.$$

4. [1 ponto] Determine o intervalo máximo onde o seguinte PVI tem solução máxima

$$\begin{cases} (x^2 - x)y'' + (x + 1)y' + y = e^x, \\ y(-1) = 1, \quad y'(-1) = 3. \end{cases}$$

---

“Se você pegar no mais ardente dos revolucionários, e der poder absoluto a ele, dentro de um ano ele será pior do que o próprio czar”.

Mikhail Bakunin



### Regras de Derivação

$\frac{d}{dx} c = 0$ $\frac{d}{dx} (f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$ $\frac{d}{dx} (f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \text{ (regra do produto)}$	$\frac{d}{dx} (cf(x)) = cf'(x)$ $\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x) \text{ (regra da cadeia)}$ $\frac{d}{dx} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2} \text{ (regra do quociente)}$
--	--

### Tabela de Derivadas

$\frac{d}{dx} x = 1$ $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$ $\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln a$ $\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{\log_a e}{x}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{sen} x = \cos x$ $\frac{d}{dx} \cos x = -\operatorname{sen} x$ $\frac{d}{dx} \operatorname{tg} x = \operatorname{sec}^2 x$ $\frac{d}{dx} \operatorname{sec} x = \operatorname{sec} x \operatorname{tg} x$ $\frac{d}{dx} \operatorname{cotg} x = -\operatorname{cosec}^2 x$ $\frac{d}{dx} \operatorname{cosec} x = -\operatorname{cosec} x \operatorname{cotg} x$	$\frac{d}{dx} \operatorname{arcsen} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{arccos} x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{arctg} x = \frac{1}{1+x^2}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{arccotg} x = \frac{-1}{1+x^2}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{arcsec} x = \frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{arccosec} x = \frac{-1}{ x \sqrt{x^2-1}}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{senh} x = \operatorname{cosh} x$ $\frac{d}{dx} \operatorname{cosh} x = \operatorname{senh} x$ $\frac{d}{dx} \operatorname{tgh} x = \operatorname{sech}^2 x$	$\frac{d}{dx} \operatorname{sech} x = -\operatorname{tgh} x \operatorname{sech} x$ $\frac{d}{dx} \operatorname{cotgh} x = -\operatorname{cosech}^2 x$ $\frac{d}{dx} \operatorname{csch} x = -\operatorname{coth} x \operatorname{cosech} x$ $\frac{d}{dx} \operatorname{arcsinh} x = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{arcosh} x = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{arctanh} x = \frac{1}{1-x^2}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{arcsech} x = \frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{arccoth} x = \frac{1}{1-x^2}$ $\frac{d}{dx} \operatorname{arccosech} x = \frac{-1}{ x \sqrt{1+x^2}}$
---	--	--

### Identidades Trigonômicas

$\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 x = 1$ $1 + \operatorname{tg}^2 x = \operatorname{sec}^2 x$ $1 + \operatorname{cotg}^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$ $\operatorname{sen}^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ $\operatorname{cos}^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ $\operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \operatorname{cos} b + \operatorname{sen} b \operatorname{cos} a$	$\operatorname{sen}(a - b) = \operatorname{sen} a \operatorname{cos} b - \operatorname{sen} b \operatorname{cos} a$ $\operatorname{cos}(a + b) = \operatorname{cos} a \operatorname{cos} b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$ $\operatorname{cos}(a - b) = \operatorname{cos} a \operatorname{cos} b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$ $\operatorname{sen} a \operatorname{cos} b = \frac{1}{2}(\operatorname{sen}(a - b) + \operatorname{sen}(a + b))$ $\operatorname{sen} a \operatorname{sen} b = \frac{1}{2}(\operatorname{cos}(a - b) - \operatorname{cos}(a + b))$ $\operatorname{cos} a \operatorname{cos} b = \frac{1}{2}(\operatorname{cos}(a - b) + \operatorname{cos}(a + b))$
---	--

### Regra de Leibniz

$$\frac{d}{dx} \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt = f(v(x))v'(x) - f(u(x))u'(x).$$

### Substituição Tangente do Ângulo Médio

$$z = \operatorname{tg} \frac{x}{2}, \quad dx = \frac{2dz}{1+z^2}, \quad \operatorname{cos} x = \frac{1-z^2}{1+z^2}, \quad \text{e} \quad \operatorname{sen} x = \frac{2z}{1+z^2}$$