

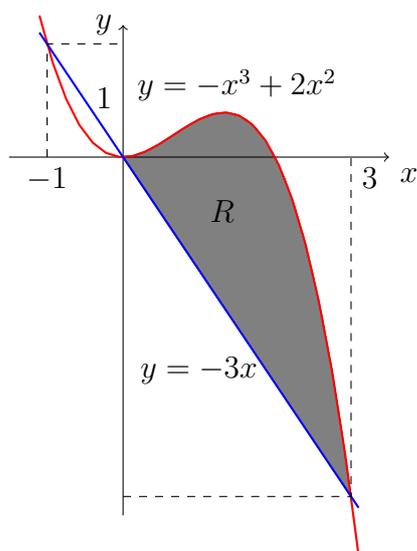


Gabarito da 2ª prova de Cálculo 2 parte – 2 1/2013
01/07/2013

1. Considere a região R entre os gráficos de $y = -x^3 + 2x^2$ e $y = -3x$ quando $x \geq 0$.
- (a) [1 ponto] Faça um esboço completo das curvas e hachure a região R .
- (b) [1 ponto] Calcule a área da região R .
- (c) [2 pontos] Calcule o volume do Sólido gerado pela rotação da Região R em torno do eixo $x = 3$ usando o método dos discos ou das cascas cilíndrica. Faça um esboço um esboço detalhado justificando o uso do método escolhido.

Solução:

(a)

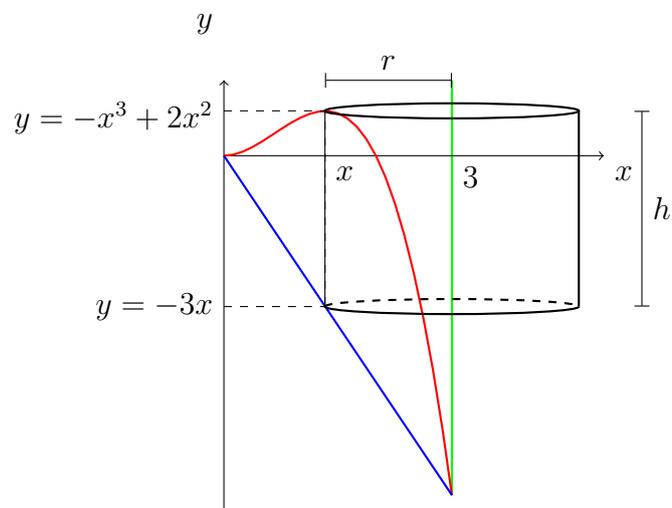


(b) Pelo gráfico acima vemos que a área A da região R é dada por

$$A = \int_0^3 -x^3 + 2x^2 + 3x \, dx = \frac{45}{4}$$



(c)



Do esboço acima podemos ver que o volume do sólido é dado por

$$\int_0^3 2\pi(3-x)(-x^3 + 2x^2 + 3x) dx = \frac{297\pi}{10}$$



UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE – UFF
INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA – RIC
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA – RFM
CAMPUS DE RIO DAS OSTRAS

Questão 1 $\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx$

diverge converge

Questão 2 $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$

converge diverge

Questão 3 $\int_0^{\infty} \frac{2x}{1+x^2} dx$

diverge converge

Questão 4 $\int_0^1 \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

converge diverge

Questão 5 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sec^2 x dx$

converge diverge

Questão 6 $\int_0^{\infty} xe^{-x^2} dx$

converge diverge

Questão 7 $\int_0^1 x \ln x dx$

converge diverge

Questão 8 $\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx$

diverge converge

Questão 9 $\int_0^1 \frac{1}{x - \sin x} dx$

diverge converge

Questão 10 $\int_1^{\infty} \frac{x}{\sqrt{x^3+1}} dx$

converge diverge



UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE – UFF
INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA – RIC
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA – RFM
CAMPUS DE RIO DAS OSTRAS

Questão 11 $\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 5x^3}} dx$

A diverge B converge

Questão 12 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x + x^3}} dx$

A converge B diverge

Questão 13 $\int_1^{\infty} \frac{e^x}{x} dx$

A converge B diverge

Questão 14 $\int_0^1 \frac{\text{sen } x}{x} dx$

A converge B diverge

Questão 15 $\int_0^1 \frac{x^3 - x}{\sqrt{x^7 - 2x + 1}} dx$

A converge B diverge

Questão 16 $\int_1^{\infty} \text{sen}^2\left(\frac{1}{x}\right) dx$

A diverge B converge

Questão 17 $\int_1^{\infty} x^4 e^{-x} dx$

A diverge B converge

Questão 18 $\int_1^{\infty} \frac{x}{1 - e^x} dx$

A converge B diverge

Questão 19 $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + e^x}$

A converge B diverge

Questão 20 $\int_0^{\pi} \frac{\text{sen } x}{\sqrt{x}} dx$

A converge B diverge



UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE – UFF
INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA – RIC
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA – RFM
CAMPUS DE RIO DAS OSTRAS

Questão 21 $\int_1^{\infty} \frac{\cos^2 x}{x^2} dx$

A diverge converge

Questão 22 $\int_1^{\infty} \frac{3 + \operatorname{sen} x}{x} dx$

diverge B converge

Questão 23 $\int_0^1 \frac{2 + \cos x}{x} dx$

diverge B converge

Questão 24 $\int_0^1 \frac{2 + \cos x}{x^2} dx$

diverge B converge

Questão 25 $\int_0^1 \frac{2 + \operatorname{sen} x}{x^3} dx$

diverge B converge

Questão 26 $\int_1^{\infty} \frac{2 + \operatorname{sen} x}{x^3} dx$

converge B diverge



1. Mostre que a integral $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x} dx$ converge.

Solução:

De fato, basta mostrar que $\int_{\pi}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x} dx$ converge.

Usando integração por partes temos que

$$\int_{\pi}^b \frac{\operatorname{sen} x}{x} dx = -\frac{\cos x}{x} \Big|_{\pi}^b - \int_{\pi}^b \frac{\cos x}{x^2} dx = -\frac{\cos b}{b} - \frac{1}{\pi} - \int_{\pi}^b \frac{\cos x}{x^2} dx.$$

Aplicando o limite temos que

$$\begin{aligned} \int_{\pi}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x} dx &= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_{\pi}^b \frac{\operatorname{sen} x}{x} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{\cos b}{b} - \frac{1}{\pi} - \int_{\pi}^b \frac{\cos x}{x^2} dx \right) \\ &= -\frac{1}{\pi} - \int_{\pi}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2} dx. \end{aligned}$$

Logo $\int_{\pi}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x} dx$ converge, visto que

$$\left| \frac{\cos x}{x^2} \right| \leq \frac{1}{x^2},$$

e portanto, pelo teste da comparação, $\int_{\pi}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2} dx$ converge absolutamente.