Universidade Federal Fluminense – UFF
Polo Universitário de Rio das Ostras – PURO
Instituto de Ciência e Tecnologia – RIC
Departamento de Física e Matemática – RFM

1ª prova de Cálculo 2 – 2/2012
19/02/2013

Questão:	1	2	3	Total
Pontos:	6	2	2	10
Notas:				

Nome:____ Matr.:____________________

Observações: A interpretação das questões faz parte dos critérios de avaliação desta prova. Responda cada questão de maneira clara e organizada. Resultados apresentados sem justificativas do raciocínio não serão considerados. Qualquer aluno pego consultando alguma fonte ou colega terá, imediatamente, atribuído grau zero na prova. O mesmo ocorrerá com o aluno que facilitar a consulta do colega. Casos mais graves, envolvendo algum tipo de fraude, deverão ser punidos de forma bem mais rigorosa.

1. Calcule as seguintes integrais

   (a) [2 pontos] $\displaystyle\int \operatorname{sen}^{20} x \cos x \; dx$

   (b) [1 ponto] $\displaystyle\int_0^2 x^2 \ln(x+2)dx$

   (c) [1 ponto] $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{3-2x-x^2}}dx$

   (d) [2 pontos] $\displaystyle\int \frac{dx}{3+\cos x}$

2. [2 pontos] Determine os pontos críticos de

$$f(x) = \int_{x^3}^{x} \ln t \; dt.$$

3. Seja $f(x) = x^3$, $x \in [0,1]$.

   (a) [1 ponto] Considerando uma partição homogênea do intervalo $[0,1]$ obtenha as somas superiores e inferiores de f em relação a essa partição.

   (b) [1 ponto] Qual é o valor dos somatórios obtidos acima?

Universidade Federal Fluminense – UFF
Polo Universitário de Rio das Ostras – PURO
Instituto de Ciência e Tecnologia – RIC
Departamento de Física e Matemática – RFM

Regras de Derivação

$$\frac{d}{dx}c = 0 \qquad \frac{d}{dx}(cf(x)) = cf'(x)$$

$$\frac{d}{dx}(f(x)+g(x)) = f'(x)+g'(x) \qquad \frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x) \text{ (regra da cadeia)}$$

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = f'(x)g(x)+f(x)g'(x) \text{ (regra do produto)} \qquad \frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2} \text{ (regra do quociente)}$$

Tabela de Derivadas

$$\frac{d}{dx}x = 1$$
$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$
$$\frac{d}{dx}a^x = a^x \ln a$$
$$\frac{d}{dx}\log_a x = \frac{\log_a e}{x}$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{sen} x = \cos x$$
$$\frac{d}{dx}\cos x = -\operatorname{sen} x$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{tg} x = \sec^2 x$$
$$\frac{d}{dx}\sec x = \sec x \operatorname{tg} x$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{cotg} x = -\operatorname{cosec}^2 x$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{cosec} x = -\operatorname{cosec} x \operatorname{cotg} x$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arcsen} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$\frac{d}{dx}\arccos x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{arctg} x = \frac{1}{1+x^2}$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{arccotg} x = \frac{-1}{1+x^2}$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{arcsec} x = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{arccosec} x = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{senh} x = \cosh x$$
$$\frac{d}{dx}\cosh x = \operatorname{senh} x$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{tgh} x = \operatorname{sech}^2 x$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{sech} x = -\operatorname{tgh} x \operatorname{sech} x$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{cotgh} x = -\operatorname{cossech}^2 x$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{csch} x = -\coth x \operatorname{cossech} x$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{arcsinh} x = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{arccosh} x = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{arctanh} x = \frac{1}{1-x^2}$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{arcsech} x = \frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{arccoth} x = \frac{1}{1-x^2}$$
$$\frac{d}{dx}\operatorname{arccossech} x = \frac{-1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$$

Identidades Trigonométricas

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \sec^2 x$$
$$1 + \operatorname{cotg}^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$$
$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$$
$$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$
$$\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \cos b + \operatorname{sen} b \cos a$$

$$\operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen} a \cos b - \operatorname{sen} b \cos a$$
$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$
$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$
$$\operatorname{sen} a \cos b = \frac{1}{2}(\operatorname{sen}(a-b) + \operatorname{sen}(a+b))$$
$$\operatorname{sen} a \operatorname{sen} b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$$
$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) + \cos(a+b))$$

Regra de Leibniz

$$\frac{d}{dx}\int_{u(x)}^{v(x)} f(t)dt = f(v(x))v'(x) - f(u(x))u'(x).$$

Substituição Tangente do Ângulo Médio

$$z = \operatorname{tg}\frac{x}{2}, \quad dx = \frac{2dz}{1+z^2}, \quad \cos x = \frac{1-z^2}{1+z^2}, \quad \text{e} \quad \operatorname{sen} x = \frac{2z}{1+z^2}$$