



# 1 Distâncias no Espaço

- **Distância entre Pontos:**

$$A = (x_0, y_0, z_0), B = (x_1, y_1, z_1)$$

$$d(A, B) = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}$$

- **Distância de Ponto à Plano:**

Dados um ponto  $A$  e um plano  $\pi$ .

Tome  $P \in \pi$  e  $\vec{n} \perp \pi$ , então

$$d(A, \pi) = \frac{|\vec{AP} \cdot \vec{n}|}{\|\vec{n}\|}$$

Se  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e  $\pi: ax + by + cz + d = 0$ , então

$$d(A, \pi) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

- **Distância de Ponto à Reta:**

Dados um ponto  $A$  e uma reta  $r$ .

Tome  $P \in r$  e  $\vec{r} \parallel r$ , então

$$d(A, r) = \frac{\|\vec{AP} \times \vec{r}\|}{\|\vec{r}\|}$$

- **Distância entre Retas:**

Dadas as retas  $r$  e  $s$ . Tome  $P \in r$ ,  $Q \in s$

1.  $\vec{r}$  e  $\vec{s}$  NÃO são múltiplos

$$d(r, s) = \frac{|[\vec{PQ}, \vec{r}, \vec{s}]|}{\|\vec{r} \times \vec{s}\|}$$

2.  $\vec{r}$  e  $\vec{s}$  são múltiplos

$$d(r, s) = \frac{\|\vec{PQ} \times \vec{r}\|}{\|\vec{r}\|}$$

## 2 Exercícios

1. A diagonal BD de um quadrado está contida em  $r: x - 1 = y - z = 0$ . sendo O um dos seus vértices, determine os outros três.
2. Calcule a distância entre as retas  $r: \frac{x-1}{-2} = 2y = z$  e  $s: X = (0, 0, 2) + t(-2, 1/2, 1)$ .
3. Determine a reta  $r$  que contém o ponto  $A = (1, 3, -1)$ , é paralela ao plano  $\pi: x + z = 2$  e dista 3 da reta  $s: x - z = y + 2 = z - x + 4$ .
4. Obtenha uma equação vetorial da reta  $r$  que dista  $\sqrt{20}/3$  do ponto  $P = (1, 0, 1)$ , está contida no plano  $\pi: x - 4y + z = 0$  e é paralela a  $s: X = (1, 1, 0) + t(2, 1, 2)$ .