



1 Distâncias no Espaço

- **Distância entre Pontos:**

$$A = (x_0, y_0, z_0), B = (x_1, y_1, z_1)$$

$$d(A, B) = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}$$

- **Distância de Ponto à Plano:**

Dados um ponto A e um plano π .

Tome $P \in \pi$ e $\vec{n} \perp \pi$, então

$$d(A, \pi) = \frac{|\vec{AP} \cdot \vec{n}|}{\|\vec{n}\|}$$

Se $A = (x_0, y_0, z_0)$ e $\pi: ax + by + cz + d = 0$, então

$$d(A, \pi) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

- **Distância de Ponto à Reta:**

Dados um ponto A e uma reta r .

Tome $P \in r$ e $\vec{r} \parallel r$, então

$$d(A, r) = \frac{\|\vec{AP} \times \vec{r}\|}{\|\vec{r}\|}$$

- **Distância entre Retas:**

Dadas as retas r e s . Tome $P \in r$, $Q \in s$

1. \vec{r} e \vec{s} NÃO são múltiplos

$$d(r, s) = \frac{|[\vec{PQ}, \vec{r}, \vec{s}]|}{\|\vec{r} \times \vec{s}\|}$$

2. \vec{r} e \vec{s} são múltiplos

$$d(r, s) = \frac{\|\vec{PQ} \times \vec{r}\|}{\|\vec{r}\|}$$

2 Exercícios

1. A diagonal BD de um quadrado está contida em $r: x - 1 = y - z = 0$. sendo O um dos seus vértices, determine os outros três.
2. Calcule a distância entre as retas $r: \frac{x-1}{-2} = 2y = z$ e $s: X = (0, 0, 2) + t(-2, 1/2, 1)$.
3. Determine a reta r que contém o ponto $A = (1, 3, -1)$, é paralela ao plano $\pi: x + z = 2$ e dista 3 da reta $s: x - z = y + 2 = z - x + 4$.
4. Obtenha uma equação vetorial da reta r que dista $\sqrt{20}/3$ do ponto $P = (1, 0, 1)$, está contida no plano $\pi: x - 4y + z = 0$ e é paralela a $s: X = (1, 1, 0) + t(2, 1, 2)$.