



Instruções

- A interpretação das questões faz parte dos critérios de avaliação.
- Responda cada questão de maneira clara e organizada.
- Resultados sem justificativas não serão considerados.
- Uma questão com mais de uma solução terá nota zero.
- Os celulares devem ser mantidos desligados.
- Resposta final correta com solução incorreta terá nota zero.
- Não é permitido o compartilhamento de material.
- Não é permitido sair da sala (tomar água, ir ao banheiro e etc) sem entregar definitivamente a avaliação.
- Aos alunos envolvidos em algum tipo de fraude, mesmo que identificada posteriormente, será atribuído nota zero na prova.

Quest.	Pts	Bonus:	N
1	3	0	
2	3	0	
3	4	0	
Total:	10	0	

Nome: GABARITO

1. [3 pts] Identifique a cônica abaixo e faça um esboço.

$$4x^2 - 2x - y^2 - 2y - \frac{19}{4} = 0$$

2. Considere o círculo de centro $C = (1, 1)$ e raio 1.

- [0,5 pts] Determine a equação deste círculo.
- [1 pt] Determine o ponto A de interseção deste círculo com a reta $x = y$, que está mais afastado da origem.
- [1,5 pts] Determine a equação cartesiana da reta que é tangente ao círculo no ponto A .

3. Considere a reta $r : -3x + 2y + 3 = 0$.

- [1 pt] Determine as equações paramétricas de s perpendicular a r passando pela origem.
- [1 pt] Determine o ponto A sobre a reta r que está mais próximo da origem.
- [2 pts] Determine os pontos sobre a reta $u : x = -\frac{10}{13}$ que formam com A e $B = (-\frac{4}{13}, \frac{7}{13})$ um triângulo de área 2.

Questão 1: completando os quadrados

$$4\left(x^2 - \frac{3x}{2} + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) - (y^2 + 2y + 1 - 1) - \frac{19}{4} = 0$$

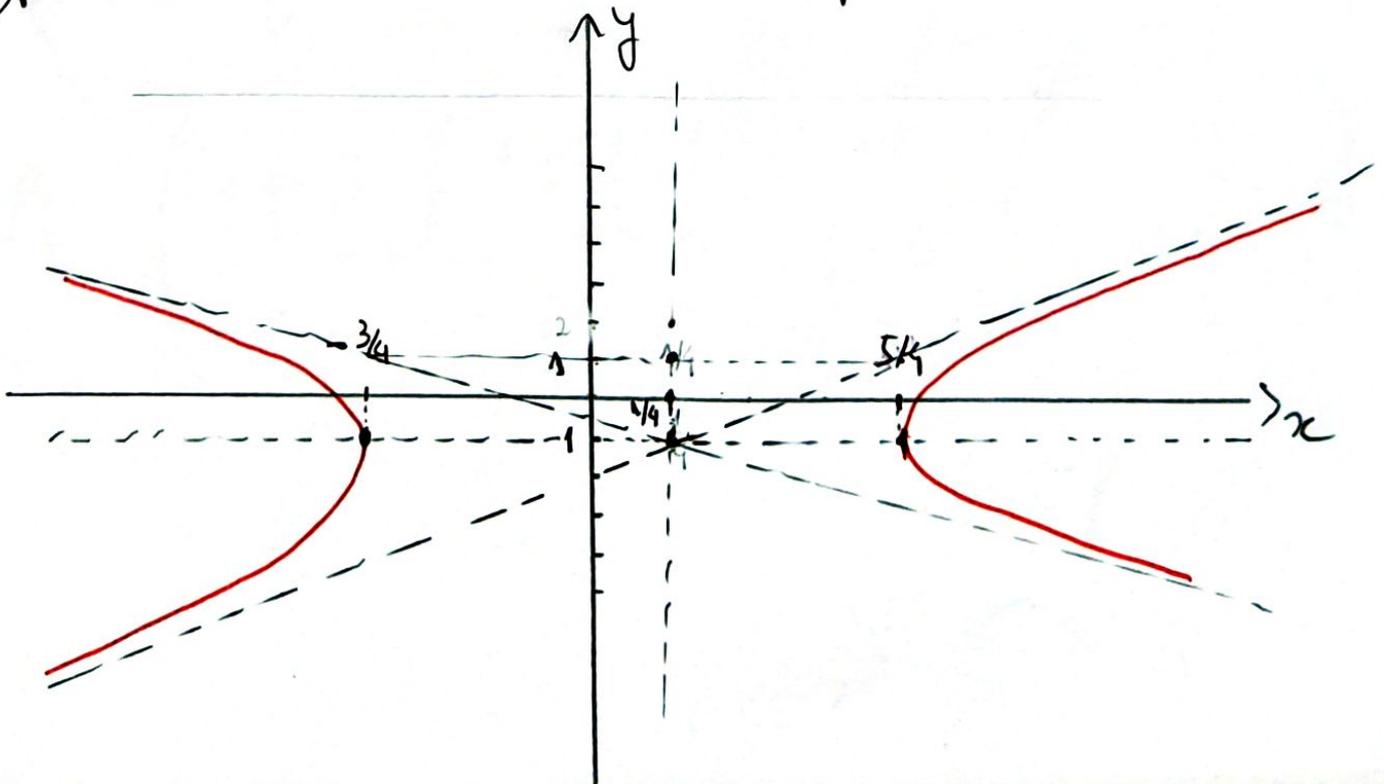
$$\Rightarrow 4\left(\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{16}\right) - \left((y+1)^2 - 1\right) - \frac{19}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 4\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} - (y+1)^2 + 1 - \frac{19}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 4\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - (y+1)^2 = 4$$

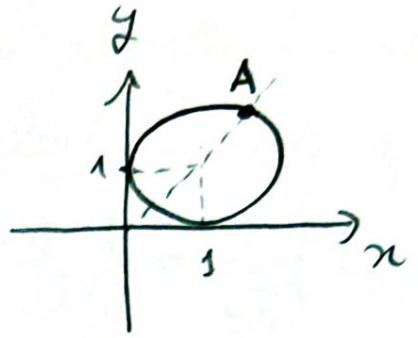
$$\Rightarrow \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$$

A cônica é uma hipérbole.



Questão 2:

$$(a) (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$$



$$(b) x=y \Rightarrow (y-1)^2 + (y-1)^2 = 1$$

$$\Rightarrow 2(y-1)^2 = 1 \Rightarrow (y-1)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow y-1 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

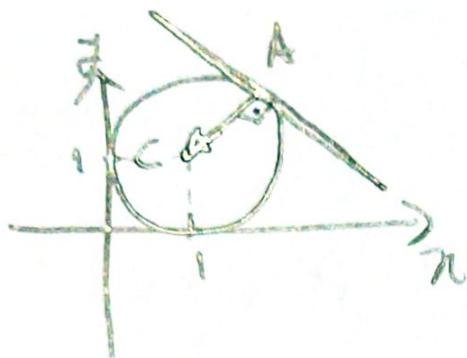
$$\Rightarrow y = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ isto é}$$

$$A = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ ou } A = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Como queremos o ponto mais afastado da origem, temos que

$$A = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

c)



Sabemos que a reta buscada é perpendicular ao vetor

$$\vec{AC} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$$

é da forma $-\frac{1}{\sqrt{2}}x + y + c = 0$.

Substituindo A nesta equação, temos:

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + c = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + c = 0$$

$$\Rightarrow c = \frac{2}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$$

Logo a reta é:

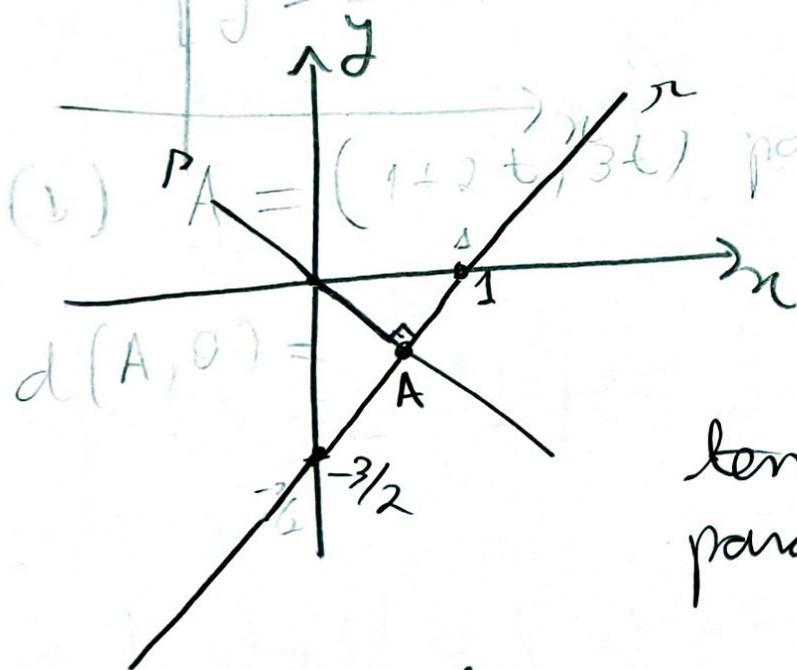
$$-\frac{1}{\sqrt{2}}x + y - \sqrt{2} - 1 = 0$$

Questão 3:

(a) $\vec{n} = (-3, 2) \perp r \Rightarrow -\vec{n} \parallel \Delta$. Logo

Temos $r: y = 3x$
 $\Delta: y = 2x, t \in \mathbb{R}$
 $-3x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1$, daí,

(b) Note que $r: \frac{x}{+1} + \frac{y}{-3/2} = 1$



O ponto A buscado é a interseção de

r e s . Como $A \in s$,

temos que $A = (-3t, 2t)$ para algum $t \in \mathbb{R}$.

Substituindo em r , temos:

$$9t + 4t + 3 = 0 \Rightarrow 13t = -3 \Rightarrow t = -\frac{3}{13}$$

$$\Rightarrow A = \left(+\frac{9}{13}, -\frac{6}{13} \right).$$

(c)

Um ponto da reta r é da forma

$$C = \left(-\frac{10}{13}, t\right), \text{ para algum } t \in \mathbb{R}.$$

Note que

$$\vec{AB} = \left(-\frac{13}{13}, \frac{13}{13}\right) = (-1, 1)$$

$$\vec{AC} = \left(-\frac{19}{13}, t + \frac{6}{13}\right).$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left| \det \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -\frac{19}{13} & t + \frac{6}{13} \end{bmatrix} \right| = 2$$

$$\Rightarrow \left| -t - \frac{6}{13} + \frac{19}{13} \right| = 4$$

$$\Rightarrow \left| -t + 1 \right| = 4 \Rightarrow -t + 1 = \pm 4 \Rightarrow t = 1 \pm 4$$

$$\Rightarrow t = 5 \text{ ou } t = -3. \text{ Logo}$$

$$C = \left(-\frac{10}{13}, 5\right) \text{ ou } C = \left(-\frac{10}{13}, -3\right).$$